

Einsteins Allgemeine Relativitätstheorie als Modell einer Theorie komplexer Systeme

Gerhard Mack

Fachbereich Physik der Universität Hamburg

Vortrag Heidelberg 30. Juni 2005

Der Kosmos

- ist ein Ort wo entfernte Beobachter kommunizieren können
- verändert sich

komplexe Systeme als Kommunikationsnetzwerke.

Die Eigenschaften der Kommunikation in der ART sind ganz anders als bei Maschinen, die kodierte Botschaften austauschen. Aber **gewisse** Aussagen und Grössen haben eine globale Bedeutung, und nur diese gehen in ein Kostenfunktional ein, das die Veränderung regiert.

Einsteins ART und Darwin's Evolutionstheorie sind Beispiele sehr allgemeiner Theorien - es gibt sie also!

Sicher können wir physikalische Theorien nicht einfach übernehmen z.B. wo menschliches Handeln auftritt. Welche wesentlichen Verallgemeinerungen sind nötig?

Einfachheit

Die Einstein-Biographie von B. Hoffmann und H. Dukas beginnt mit den Worten:

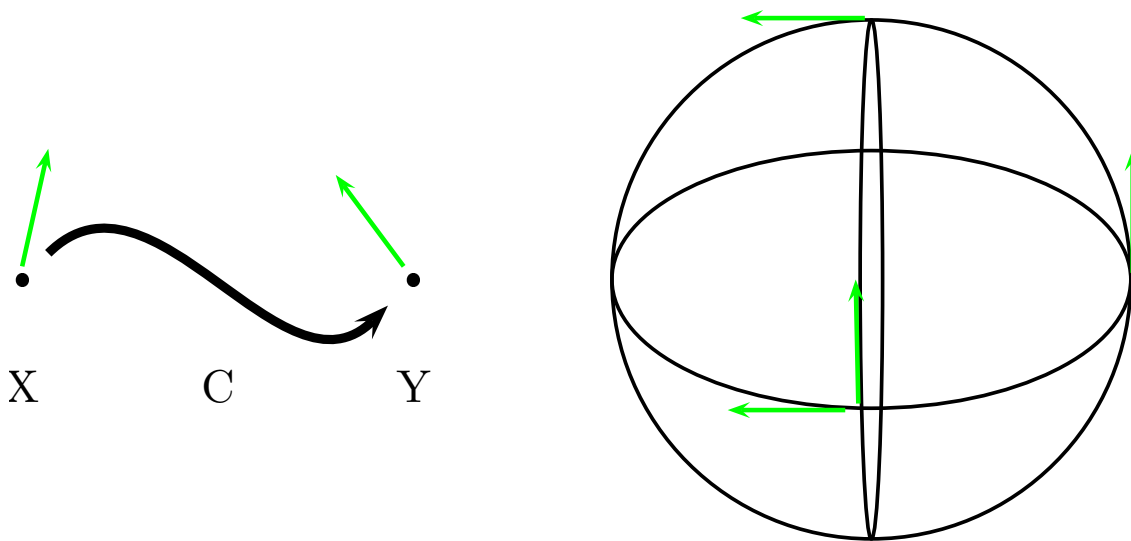
We sketch in this book the story of a profoundly simple man. The essence of Einstein's profundity lay in his simplicity.

Wir sind nur interessiert an Theorien
für Phänomene, die sich perpetuieren
- “Leben” im allgemeinsten Sinn.

Identifiziere besonders wichtige
Mechanismen (z.B. Schockwellen).

Globale Bedeutung und Synchronisation

Paralleltransport von Vektoren in der allgemeinen Relativitätstheorie



Grundlegende Eigenschaft von Kommunikationskanälen:

- Sie können zusammengesetzt werden

$$\mathcal{U}(C_2)\mathcal{U}(C_1) = \mathcal{U}(C_2 \circ C_1) \quad (1)$$

- Es kann einen Kommunikationskanal in die umgekehrte Richtung geben

$$\mathcal{U}(-C) = \mathcal{U}(C)^* \quad (2)$$

- trivialer Kommunikationskanal $\mathcal{U}(\emptyset) = id$

In der Physik sind $\mathcal{U}(C)$ **invertierbar**, zurück \circ hin = id

Frustration als Ursache aller Veränderung

Frustration=Wegabhängigkeit des Paralleltransports (der Kommunikation) im Kleinen.

Elektrodynamik Eichtheorien der Elementarteilchen	Feldstärke, z.B. elektrische magnetische
Flächen im Raum Allgemeine Relativitätstheorie	Krümmung
Finanzmärkte	Arbitrage
Systemtheorie Spin Gläser	Frustration

Tabelle 1: Frustration unter verschiedenem Namen

in Spin Gläsern wie im menschlichen Leben:
Frustration entsteht, wenn verschiedene Bedürfnisse unverträglich sind und nicht simultan befriedigt werden können.

Invarianten

Objekten oder Agenzien X zugeordnete Grössen ξ_X deren Paralleltransport (Kommunikation) nach Y wohl definiert und unabhängig vom Weg ist.

- Gegenbeispiel ART: Tangentenvektoren (4er Geschwindigkeiten) in gekrümmten Raum-Zeiten
- Beispiele ART: Länge von Tangentenvektoren (metrischer Tensor), skalare Krümmung R

Globale Bedeutung durch Synchronisation:

Gegeben ξ_X definiere ξ_Y für alle Y durch wegunabhängigen Paralleltransport.

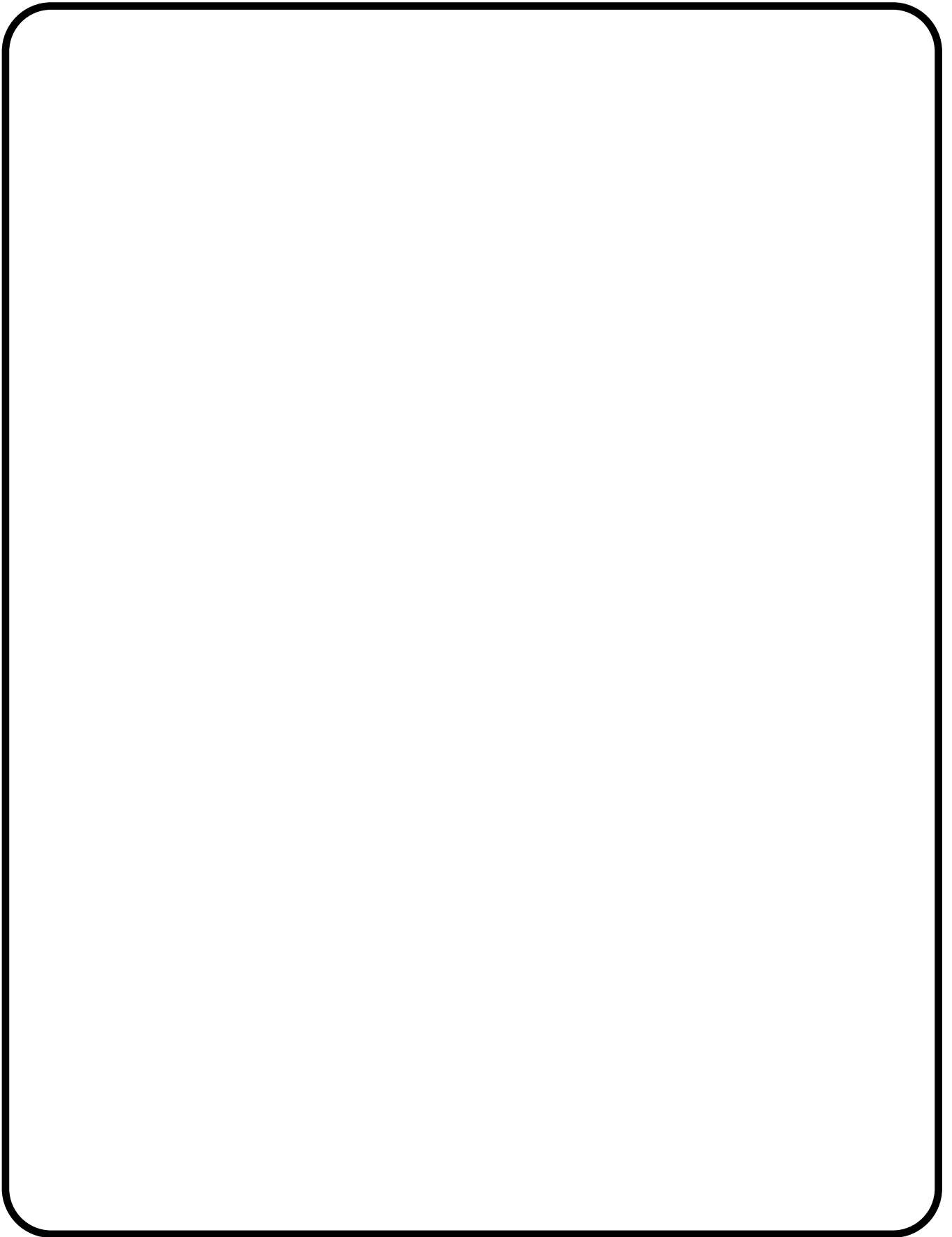
Luhmann's Irrtum:

In komplexen Systemen - z.B. Lebewesen - gibt es Domänen, innerhalb derer Botschaften "globale" Bedeutung haben. Luhmann glaubte dass zwischen solchen Domainen - z.B. Wirtschaft und Politik - keine Kommunikation möglich sei. Aber in Lebewesen gibt es Rezeptoren, die in einer Domäne global sinnvolle Botschaften (die "Sprache" dieser Domäne) in die Sprache einer andern Domäne übersetzen.

Damit entsteht aber auch die Möglichkeit der Frustration = Wegabhängigkeit der Kommunikation

Beispiel: menschliche Kommunikation über Sprachgrenzen
deutsch→französisch→italienisch→englisch→
polnisch→deutsch über

- Geldanlage
- die Liebe



Dynamik

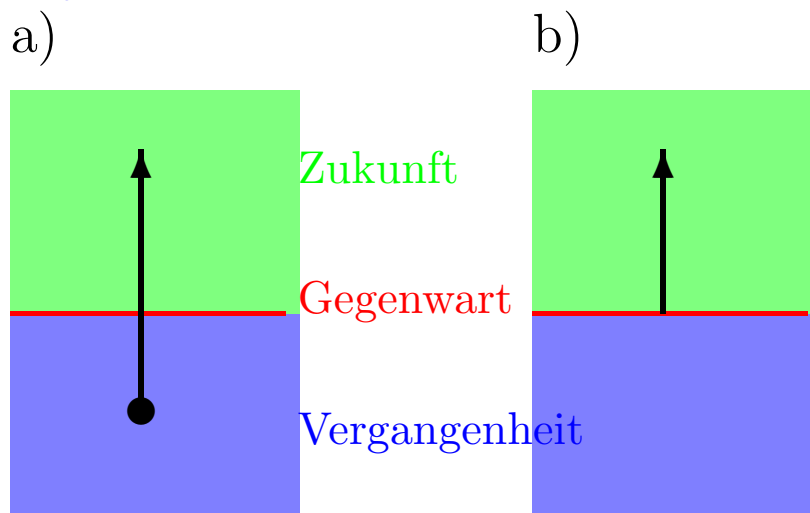


Abbildung 1:
Dynamik.

- a) **Dynamik allgemein:** Vergangenheit und Gegenwart bestimmen die Zukunft
- b) **Markov'sche Dynamik:** Die Gegenwart bestimmt die Zukunft - Erinnerung an die Vergangenheit (Geschichte) ist in einem in der Gegenwart präsenten Gedächtnis gespeichert.

Stochastische Markov'sche Dynamik:

Zustand jetzt oder

Wahrscheinlichkeitsverteilung von Zuständen

jetzt bestimmt **Wahrscheinlichkeit** von

Zuständen zu (einer und jeder) zukünftigen Zeit

ART: Markov'sche Dynamik mit Nutzenfunktion (s.unten)

$$\int \sqrt{-g} d^4x R(x)$$

$\sqrt{-g} d^4x$ = Volumelement mit globaler Bedeutung

$R(x)$ skalare Krümmung, abhängig von der Metrik, hat globale Bedeutung

DARWIN: Replikationsraten haben globale Bedeutung.

Kann man erwarten, dass eine effektive Theorie makroskopischer Phänomene Markov'sch ist?

Stochastische Markov'sche Dynamik in diskreter Zeit:

Zustand Ψ jetzt oder Wahrscheinlichkeitsverteilung von Zuständen jetzt bestimmt **Wahrscheinlichkeit** $p_1(\Psi|\Phi)$ von Zuständen Φ nach einem Zeitschritt, u.s.w.

Nutzenfunktion (**utility function**) für Übergang

$$\begin{aligned} U(\Psi|\Phi) &= \ln p_1(\Psi|\Phi) & (3) \\ &= \text{Bewertung von } \Phi - \text{Kosten Übergang} \end{aligned}$$

Schlussfolgerung: Eine utilitaristische Interpretation ist immer möglich.

Paradigma für genügend stochastische Systeme:

Nichtgleichgewicht als Gleichgewicht in einer Dimension mehr: Nutzenfunktion U einer Geschichte $\Psi = \{\Psi_t\}_{t=0\dots T}$

Beispiel Wirtschaft

Die klassische Wirtschaftstheorie (von Samuelson) ist eine Theorie des Gleichgewichts, in der die Existenz eines Nutzenfunktional $V(\Psi)$ die zentrale Rolle spielt. Ein dynamisches Verständnis der Wirtschaft könnte neue Problemlösungsstrategien liefern. Beispiel Renten (s.u.).

$$U(\Psi = \{\Psi_t\}) = \sum_t \{V(\Psi_t) - T(\Psi_{t+1}, \Psi_t)\} \quad (4)$$

Beispiel für dynamische Problemlösungsstrategie:

“Drucke künftiges Geld jetzt”

Verpasste Gelegenheit zur Sanierung der Rentenkassen in Deutschland?

Aus historischen Gründen wurde in Deutschland das Kapital für Rentenzahlungen nicht angespart, sondern jetzige Einzahlungen finanzieren jetzige Auszahlungen. Wegen des zunehmenden Bevölkerungsanteils der Rentner führt dies zu Problemen und Zukunftsangst, mit negativen wirtschaftlichen Auswirkungen.

Angenommen, vor dem Ableben der DM hätte man Geld gedruckt für Rentenzahlungen in ≥ 15 Jahren, dieses Geld jedoch nicht dem Geldmarkt zur Verfügung gestellt, sondern weggepackt mit eingebauter Verzinsung in Höhe der Inflationsrate. Der zunächst einzige Effekt wäre, dass man weiß, dass das Geld da sein wird um Renten in 15 Jahren und mehr zu bezahlen..

Die konventionelle Weisheit sagt, Geld zu drucken erzeuge Inflation. Warum? Dies ist ein **dynamisches** Problem.

Angenommen, Arbeitskräfte und Rohstoffe sind verfügbar, so braucht doch die Schaffung zusätzlicher Produktionskapazitäten (incl. Ausbildung um Dienstleistungen zu erbringen), Zeit. Eine sofortige erhöhte Nachfrage kann deshalb nicht sofort befriedigt werden, sondern muss durch erhöhte Preise vermindert werden. Die

oben erwähnte Maßnahme hätte keine sofort erhöhte Nachfrage zur Folge gehabt, daher auch keine Inflation sondern nur erhöhte Investitionen, um für die zukünftige Nachfrage gerüstet zu sein.

Es wäre wichtig, eine **dynamische Theorie der Wirtschaft** zu haben, die verlässlich entscheiden kann, ob und unter welchen Bedingungen solche und ähnliche dynamische Steuerungsmaßnahmen funktionieren.

Dynamik sozialer Systeme

Menschen sind die Atome der Gesellschaft.

1) makroskopisch, phänomenologisch analog
Thermodynamik

Gibt es eine einfache Nutzenfunktion U ?

These: Maß für die stabile Begrenzung politischer Macht.

2) mikroskopisch: analog statistischer Mechanik.
Annahme: Universalität

Menschliche Bedürfnisse als Kräfte in der
Dynamik der menschlichen Gesellschaft

Bewegungsgesetz:

Der Mensch handelt so, wie es nach eigenem Urteil
der unmittelbaren Befriedigung seiner Bedürfnisse
am besten dient

Erläuterung: unmittelbar deshalb, weil nur der
gegenwärtige Zustand Ψ und der Zustand Φ im “nächsten
Augenblick” in die Nutzenfunktion eingehen.

Fragen: Wieso dann

1. Planung für die Zukunft?
2. Selbstloser Einsatz für andere?

Die Antwort kann nur im besonderen Charakter
menschlicher Bedürfnisse liegen

Zustand: zwei Typen von Variablen:

Wahrgenommene Sachverhalte

Andere Variable, die die Disposition zu einem bestimmten Verhalten bestimmen

(Urteil, Strategie)

d.i. Verallgemeinerung von Koordinaten x und Impulsen p in mech. Systemen

p bestimmt die Disposition des Massenpunkts, sich zu bewegen: $\Delta x = p\Delta t/m$. Kräfte F ändern die Disposition zu einem bestimmten Verhalten: $\Delta p = F\Delta t$. Im allgemeinen ist F von x und p abhängig.

[Kontakt zur evolutionären Spieltheorie](#)

Menschliche Bedürfnisse

Sicherheit verbürgt die materielle Basis des Lebens:
Nahrung, Unterkunft, Schutz vor Übergriffen usw.

Glück & innerer Friede durch

Liebe incl. menschl. Solidarität

Hoffnung

Leben im Bewusstsein eigenen Werts.

???? Spiele [vgl. Huizinga], Gerechtigkeit

⇒ Bedürfnis n. **Freiheit**, danach zu streben

Hoffnung

Das Prinzip Hoffnung ist konstitutiver Baustein der menschlichen Kultur.

Es verwandelt einen erwarteten Gewinn in der Zukunft in einen unmittelbaren Nutzen (im Sinne eines Beitrags zur Nutzenfunktion).

Der Gewinn ist in der Zukunft, aber die Hoffnung ist jetzt, und damit wird ein grundlegendes menschliches Bedürfnis befriedigt

Planung für die Zukunft wird dadurch motiviert, und kann aus einer Dynamik, die die unmittelbare Befriedigung menschlicher Bedürfnisse maximiert, entstehen. **Dies beantwortet Frage 1. (Planung). Erfordert Antizipation**

- Es gibt selbstloses Handeln
- Amerikaner meinen, das Streben nach **Nationaler Grösse** sollte vorrangiges Ziel der Politik sein
- Menschen unterwerfen sich Einschränkungen, um Gebote der Religion zu befolgen
- Fundamentalismus ist attraktiv
- Ethnische Konflikte breiten sich aus

Welches Bedürfnis soll hier befriedigt werden?

Leben im Bewusstsein des Eigenen Werts

Vorbemerkung: Die Benutzung des Worts "Bewusstsein" ist hier rein poetischer Natur - ausgesagt ist nur, dass man sich selbst einen positiven Wert zuschreiben will.

"Wertzuweisung" kann strukturell definiert werden.

Das Bedürfnis des Lebens im Bewusstsein des eigenen Werts ist ebenfalls konstitutiver Baustein der menschlichen Kultur. Es motiviert zu Tätigkeiten (oder Unterlassungen), die nicht durch das Streben nach Befriedigung anderer Bedürfnisse motiviert würden.

Dies beantwortet Frage 2. (Selbstlosigkeit) Selbstloses Handeln kann zum Bewusstsein des eigenen Werts beitragen.

Wollte man unbefriedigtes Eigenwertbewusstsein als psychische Krankheit auffassen, so wäre die menschliche Kultur zu guten Teilen Symptom einer Krankheit.

Es gibt jedoch fundamental verschiedene Weisen, dieses Bedürfnis zu befriedigen - darunter für andere Mitglieder der Gesellschaft nützliche und schädliche.

Ethik ist nicht die Lehre, man solle auf Befriedigung seiner Bedürfnisse überhaupt verzichten. Sondern sie unterscheidet zwischen guten und bösen Weisen, Befriedigung von Bedürfnissen zu suchen.

Einge Arten der Befriedigung

fromm:

Man findet seinen Wert darin, Kind Gottes zu sein, nach SEINEM Bild geschaffen.

Arbeit:

Etwas zu schaffen oder Dienste zu leisten, die für andere Mitglieder der Gesellschaft wertvoll sind, oder auch im eigenen Urteil - z.B. ein Kunstwerk zu schaffen, oder Einsichten zu gewinnen.

materialistisch:

Grund zu finden, sich seinem Nächsten überlegen zu fühlen, und auf ihn herabzuschauen.

Dies ist nach dem Templat der unzerstörbaren Materie modelliert, das suggeriert, dass man jemandem anders wegnehmen muss, was man für sich selbst haben will.

Damit verknüpft ist die menschliche Tendenz, jede Differenz zwischen Menschen als eine Differenz im **Wert** zu interpretieren, wobei man selbst immer am oberen Ende herauskommt. Jede beliebige Differenz taugt dazu: Sex, Religion, Sprache, kultureller Hintergrund, ethnische Zugehörigkeit, Rasse, körperliche Merkmale, Hautfarbe, politische Überzeugungen, überhaupt jegliche verschiedene Überzeugungen in jeder beliebigen Angelegenheit,...

Es ist durchaus möglich dass *A* herunterschaut auf *B* und *B* herunterschaut auf *A*. Aber dies strukturell eine frustrierte Situation; es ist unmöglich eine damit konsistente objektive Wertzuweisung durchzuführen

Die materialistische Weise versucht eigene Bedürfnisse durch Schädigung anderer zu befriedigen. Sie ist ein hauptsächlichlicher Grund für **Konflikte**, von *Ehekonflikten* bis zu *militärischen Konflikten* - vgl. Kosovo.

Entstehung und Persistenz von (moralischen) Werten

Auch das Festhalten an moralischen Werten kann zum Bewusstsein des eigenen Werts beitragen, und dadurch stabilisiert werden, besonders wenn man durch den Beifall Gleichgesinnter bestärkt wird.

Problem: Dieser Mechanismus kann für weitgehend beliebige zu Werten erklärte Regeln und Sichtweisen wirksam werden.

Die Geschichte des 20. Jahrhunderts zeigt, dass dieses Problem real ist.

Auswahl durch (kulturelle) Evolution ist denkbar. **Aber** das funktioniert nur, wenn ein Langzeitgedächtnis für das Ausgelesene vorhanden ist.

Ehemals spielten Religionen die Rolle des Gedächtnisses der Menschheit. Heute ????

Nur Dilettanten verwechseln Chaos und Unordnung, **aber...**

Emergentes Verhalten - ein Fall von Unordnung vs. Ordnung

Hoch strukturiertes kollektives Verhalten entsteht aus den lokalen Wechselwirkungen einfacher Untersysteme (\Rightarrow Funktion).

Sehr vereinfachtes Modell eines Fischschwarms

“schools of fish swimming in a coherent array abruptly turn together with no leader guiding the group”

Ignoriere die Bewegung im Raum und betrachte die Geschwindigkeit als Einheitsvektor “*Spin*”.

Stochastische Dynamik der Spins aus Mechanismen

1. Eine Tendenz “geradeaus zu schwimmen” (Spin bleibt unverändert)
2. Eine Tendenz, sich parallel zu Nachbarn auszurichten
3. Wenn ein Fisch eine unwahrscheinlich grosse Drehung ausgeführt hat, so wird er als in einem angeregten Zustand befindlich betrachtet. Ein angeregter Fisch wird von seinen unangeregten Nachbarn stärker wahrgenommen, und nimmt selber die unangeregten Nachbarn schwächer wahr. (Dies ist eine Änderung des Zustands der Kanten). Daher richten sich die unangeregten Fische bevorzugt nach angeregten Fishen aus.[Dies führt zu einer Schockwelle (ähnlich wie in Waldbrandmodellen)]
4. mit sehr kleiner Wahrscheinlichkeit findet spontan eine grosse Drehung statt (zufällige äussere Störungen)

NB: Keine Zeitspiegelungsinvarianz!

Modell einer Gesellschaft modebewusster Leute

die immer dem neuesten Trend folgen wollen. Wenn ein Trend durch eine hinreichen grosse Zahl von Anhängern etabliert ist, so werden die Nachbarn sich anschliessen. Diese Konversion verhindert dann aber für einige Zeit eine neuerliche Konversion zu einem neuen Trend. Der Trend wird sich daher schockwellenartig ausbreiten.

Schockwellen.

Schockwellen gibt es in anregbaren Medien, when eine *Totzeit* als Folge eine temporäre lokale Anregung auftritt, während der das Medium nicht erneut angeregt werden kann.

Beispiel: **Waldbrand**. Nachdem die Vegetation verbrannt ist, braucht es Zeit, bis sie wieder gewachsen ist. Während dieser Zeit kann kein neues Feuer entstehen.

Betrachte stochastische Dynamik als Gleichgewicht in einer Dimension mehr: Raum mit Punkten (i, t)

σ_i^t = Ausrichtung von Fisch i zur Zeit t

$\sigma^t = \{\sigma_i^t\}$ Konfiguration zur Zeit t

σ^0 Anfangszustand zur Zeit 0

$N(i) = \{j | j = i \text{ oder } j \text{ sichtbar für } i\}$ Umgebung von i

$\sigma_{N(i)}^t$ Ausrichtung von i und aller Nachbarn

$\rho_t(\sigma^t)$ Wahrscheinlichkeit einer Konfiguration zur Zeit t

$\rho(\sigma = \{\sigma_1, \dots, \sigma_T\}) = \prod_{t=1}^T \rho^t(\sigma^t)$

Wahrscheinlichkeit einer Geschichte

Gegeben Übergangswahrscheinlichkeiten $P_i(\sigma_i^{t+1}, \sigma_{N(i)}^t)$,
und Anfangskonfiguration σ^0 so wird

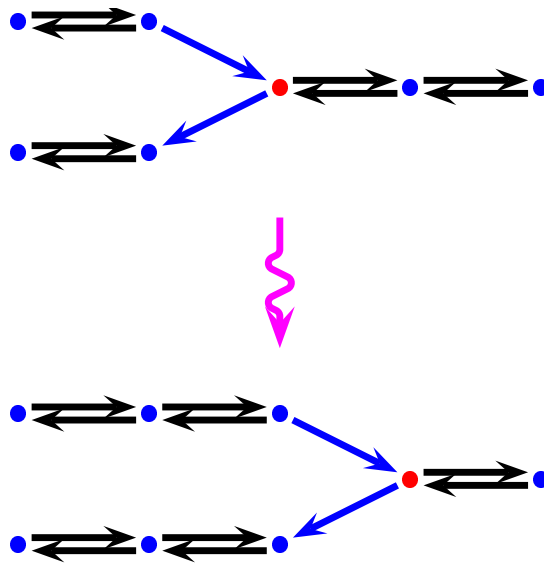
$$\rho(\sigma) = e^{-H(\sigma, \sigma^0)} \quad (5)$$

$$H(\sigma, \sigma^0) = - \sum_{t \geq 0} \sum_i \ln P_i(\sigma_i^{t+1}, \sigma_{N(i)}^t) \quad (6)$$

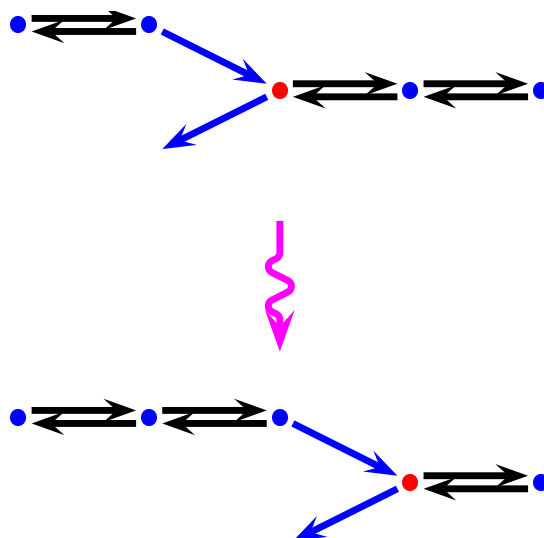
In Abwesenheit von Schockwellen (3) haben wir einen Ferromagneten mit spontan gebrochener Rotationssymmetrie. Die mit kleiner Wahrscheinlichkeit spontan entstehenden und sich ausbreitenden Schockwellen führen zu Restoration der Symmetrie.

Replikationsgabelndynamik:

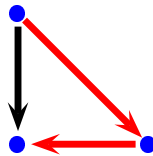
Die roten Objekte werden im naechsten Zeitschritt verdoppelt



Schockwellenausbreitung: ähnlich (Kopien weggelassen)



Ein zusammengesetzter Pfeil wird fundamental (Indirekte
Beziehung wird direkt)



Zustände

Kausalität vom praktischen Standpunkt: Wieviel muss man wissen, um etwas über die Zukunft sagen zu können?

Wichtige Frage!

Beispiel: Die **effiziente Markthypothese** für Finanzmärkte besagt, daß der gegenwärtige Börsenkurs alle verfügbare Information berücksichtigt

Universelle Dynamik:

wenig spezifisch, Anfangszustände müssen alle notwendige Information enthalten, um das System zu identifizieren - hier: um das Kostenfunktional festzulegen

⇒ Spezialfälle, z.B.

habgierige Geizkrägen

$$U(\Psi|\Phi) = (geiz)[G_\Phi - G_\Psi] + (gier)G_\Phi + \dots$$

G_Ψ = Geldvermögen im Zustand Ψ ,
 $(geiz), (gier) > 0$.

Dynamik der Gesellschaft

Gesellschaftliche Entwicklungen sind **emergente Phänomene** die durch das Zusammenwirken von auf die Befriedigung ihrer Bedürfnisse bedachten Menschen zustande kommt. **Beziehungen** spielen dabei eine wichtige Rolle.

Bewusstsein des eigenen Werts = Beziehung zu sich selbst, \neq Status.

Dynamik der Beziehungen:

- Beziehungen = Kanäle der Kommunikation \Rightarrow Ausbreitung von Signalen (Sprache, Zahlungen,...)
- Aus indirekten Beziehungen werden direkte (=fundamentale) Beziehungen

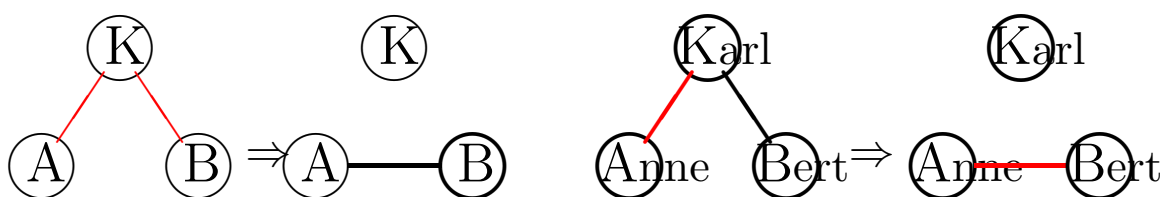


Abbildung 2: **Katalyse in der Chemie** (und anderswo). Katalysator K bindet Moleküle A und B. Zuerst wird ein Substrat-Enzym-Komplex gebildet, worin A und B an K gebunden sind. Dann wird der zusammengesetzte Pfeil zwischen A und B in einen fundamentalen verwandelt